

Neue *Ausdrucksformen* für die Physikdidaktik:  
Das Potential von 3D-Druckern für den Physikunterricht

Stefan Heusler\*

\*Institut für Didaktik der Physik, Wilhelm Klemm Str. 10, 48149 Münster  
stefanheusler@uni-muenster.de**Kurzfassung**

Das Ausdrucken von Textdokumenten mit Laser- oder Tintenstrahldruckern erscheint heute so selbstverständlich, dass die zugrundeliegende Technik kaum mehr hinterfragt wird. Zeitgleich mit dem Aufkommen der ersten Laserdrucker in den 1970iger Jahren wurden auch erste Versuche unternommen, dreidimensionale Objekte zu drucken, wobei neben der anspruchsvollen Technik auch Patente den Fortschritt auf diesem Gebiet etwas verlangsamen. Heute stehen 3D-Drucker allerdings an der Schwelle zur Alltagstechnologie, und es ist zu erwarten, dass in absehbarer Zeit das Ausdrucken dreidimensionaler Objekte für bestimmte Anwendungen zur Selbstverständlichkeit wird. In England ist der Umgang mit 3D-Drucken bereits Teil des offiziellen Schul-Curriculums, auch in den USA, China und Japan wird der Einsatz dieser Technik auch für die Ausbildung stark gefördert. In diesem Beitrag diskutieren wir den möglichen Einsatz von 3D-Druckern speziell im Physikunterricht anhand ausgewählter Beispiele.

**1. Einleitung: Einsatzfelder von 3D-Druckern in der Industrie**

Die Hauptmotivation für die Entwicklung von 3D-Druckern lag im *rapid prototyping* für Industrieanwendungen. Am Computer generierte dreidimensionale Modelle lassen sich durch die sogenannte FDM Technologie (Fused Deposition Modeling) mit unter Hitze formbarem, aushärtenden Plastik Schicht für Schicht aufbauen und somit als reales 3D-Modell umsetzen. Beim Aufbau des Modells wird neben dem eigentlichen Druckerzeugnis während dem schichtweisen Aufbau auch ein Stützmaterial verwendet, das in einem zweiten Arbeitsschritt chemisch ausgewaschen wird. Anwendungsfelder liegen z.B. in der Architektur, der Automobilindustrie, oder auch dem Schmuckdesign [1]. Die FDM-Technologie wurde 1989 von der Firma Stratasys patentiert. Nach Ablauf des Patents hat die Dynamik auf dem Markt der 3D-Drucker stark zugenommen. In der Industrie geht die Entwicklung inzwischen über das Feld der Erzeugung von Prototypen hinaus, etwa beim Einsatz von 3D-Laserdruckern.

**2. Einsatzfelder von 3D-Druckern an Schulen**

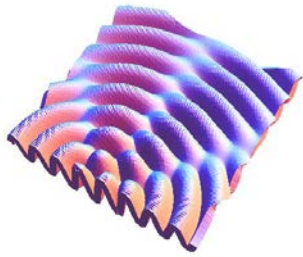
Seit einigen Jahren ist die Aufmerksamkeit für das Potential von 3D-Druckern für die Bildung gewachsen [2]. Zum einen ist es möglich, im Rahmen von Robotik-AGs selber einen 3D-Drucker zu bauen, was in einigen Schulen, z.B. in der Schweiz bereits umgesetzt wurde [3]. Zum anderen kann ein vorhandener 3D-Drucker als Werkzeug eingesetzt werden, um Modelle zu entwickeln, etwa für Landschaftsmodelle im Geographieunterricht, oder auch zum Bau eigener Musikinstrumente im Musikunterricht. Die Schüler können frei verfügbare Software nutzen,

um am Computer ihr Modell zu erstellen. Alternativ können fertige 3D-Modelldateien aus dem Internet heruntergeladen werden.

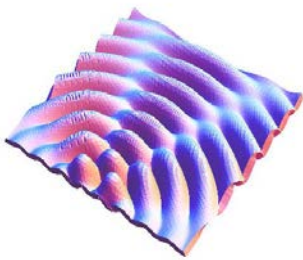
Grundsätzlich gibt es zwei Vorgehensweisen, um eigene Modelle zu erstellen: Zum einen können beliebige Formen mit CAD-Programmen erzeugt werden [3, 4], zum anderen können mathematische Gleichungen als Grundlage für dreidimensionale Modelle dienen [5]. In beiden Fällen wird sowohl das räumliche Vorstellungsvermögen, als auch der Umgang mit entsprechender Computersoftware geschult. Allerdings sind auf dem Weg zum ersten 3D-Modell einige technische Hürden zu überwinden, so dass vor dem Einsatz von 3D-Druckern im regulären Unterricht wohl noch eine gewisse Erprobungsphase, etwa durch Projektwochen oder in Schülerlabors, sowie an der Hochschule erfolgen muss.

**3. Einsatzfelder von 3D-Druckern im Physikunterricht**

Im Physikunterricht sind mindestens zwei Einsatzfelder denkbar. Zum einen lassen sich mathematische Modelle ausdrucken und somit eine weitere, haptische Repräsentationsebene neben der abstrakten, mathematischen aufbauen. Als konkretes Beispiel nennen wir hierzu das Interferenzbild einer Wellenwanne, wobei einmal die Erreger in Phase, einmal gegen Phase oszillieren.



**Abb.1** Druckbare STL-Datei zum Interferenzbild zweier Erreger, die gegen Phase schwingen.

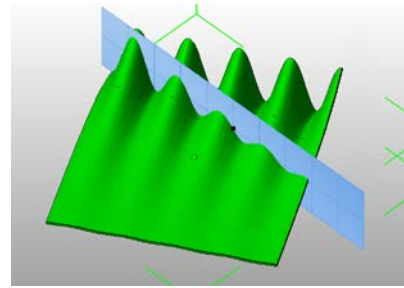


**Abb.2:** Druckbare STL-Datei zum Interferenzbild zweier Erreger, die in Phase schwingen.

Einmal erstellte Dateien können im Internet zur Verfügung gestellt werden. Die in Abb. 1, 2 gezeigten Dateien wurden vom Autor erzeugt und sind unter bei *thingiverse* online abrufbar [6].

#### 4. Komplexe Erweiterungen mathematischer Funktionen

Eine sowohl für den Mathematik- als auch Physikunterricht interessante Anwendung ist der Ausdruck komplexer Erweiterungen reeller Funktionen. Jede Funktion  $f(x)$  erzeugt eine komplexe Landschaft  $f(z)$ , die durch die komplexe Erweiterung  $z = x + i y$  automatisch vorgegeben ist. Das reelle Abbild der Funktion ist ein Schnitt bei  $y=0$  durch die komplexen Landschaft. Oftmals haben bestimmte Schnitte durch die komplexe Landschaft physikalische Interpretationen. Ein einfaches Beispiel ist die komplexe Exponentialfunktion  $\text{Exp}[z]$ . Jede gedämpfte Schwingung entspricht einem bestimmten Schnitt durch die komplexe Landschaft von  $\text{Exp}[z]$ . Das geometrische Denken in komplexen Landschaften kann somit ohne viel technisches Wissen intuitiv erprobt werden. Für spätere Anwendungen, etwa beim Aufstellen und Lösen von Differentialgleichungen, sowie der Suche nach der passenden physikalischen Interpretation, ist dieser geometrische Zugang ein guter Ausgangspunkt. Es gibt für diesen Ansatz noch viele weitere Beispiele, die wir aber an andere Stelle weiter vertiefen wollen.

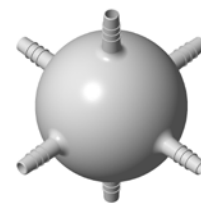


**Abb.3:** Jede gedämpfte Schwingung kann als Schnitt durch die komplexe Landschaft  $\text{Exp}[z]$  visualisiert werden.

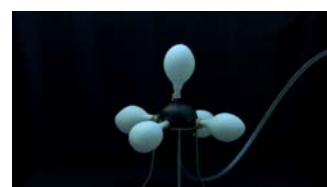
#### 5. Ein Modell für den Phasenübergang 1. Ordnung

Das Hauptanwendungsfeld des 3D-Druckers besteht für den Physikunterricht allerdings bei der Umsetzung experimenteller Aufbauten. Zum einen können etwa besondere Spiegelhalter, oder spezifische Windkanal-Konfigurationen nach Bedarf realisiert werden. Zum anderen können Analogieexperimente mit dem 3D-Drucker umgesetzt werden.

Hier betrachten wir als Beispiel ein Analogieexperiment für einen Phasenübergang 1. Ordnung. Es besteht aus einem System von Luftballons, die gleichzeitig aufgepustet werden sollen. Zur Realisierung bietet sich eine Hohlkugel mit sechs Öffnungen an den Antipoden als System an - ein solches Modell kann, einmal als 3D-Modell erstellt, einfach an jeder Schule, die einen 3D-Drucker besitzt, nachgedruckt werden. Die Ausgangsfrage ist folgende: Was passiert mit den Luftballons, wenn Luft gleichmäßig in das gesamte System ein- bzw. ausströmt? Werden alle Luftballons gleichzeitig wachsen bzw. schrumpfen?

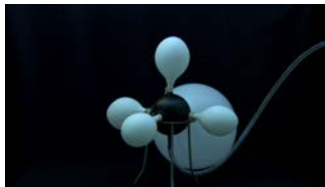


**Abb.4:** 3D-Modell für das Luftballon-Analogieexperiment (erstellt von C. Bruns)



**Abb.5:** Startkonfiguration: Alle Luftballons in der Klein-Volumen-Phase.

Tatsächlich hängt die Antwort von der Richtung der Befüllung ab: Startet man mit den nicht aufgepusteten Luftballons, wird beim Befüllen mit Druckluft ab einer bestimmten kritischen Grenze zufällig einer der Luftballons plötzlich viel größer als die anderen. Dies ist ein anschauliches Beispiel für spontane Symmetriebrechung aufgrund zufälliger Fluktuationen. Die in Abb.9 gezeigte Druckverlauf bei konstantem Befüllen zeigt in der Tat, dass der Luftballon bei Drücken zwischen 9 und 10 hPa zwei stabile Volumina zulässt: Entweder fast leer oder stark gefüllt. Bei der Kombination mehrerer Luftballons wird zufällig einer der Luftballons über die Druckgrenze gehoben, und wandert dann schnell zur stabilen Konfiguration bei großem Volumen. Es folgen in zufälliger Reihenfolge die anderen Luftballons, bis alle Luftballons ein großes Volumen eingenommen haben. Startet man aber umgekehrt mit aufgepusteten Luftballons und lässt langsam Luft entweichen, so verlieren alle Luftballons gleichzeitig an Volumen.



**Abb.6:** Aufgrund zufälliger Fluktuationen bricht die Symmetrie, und der erste Luftballon macht den Phasenübergang zur Groß-Volumen-Phase.



**Abb.7:** Beim weitere Befüllen mit Druckluft unterlaufen immer mehr Luftballons den Phasenübergang



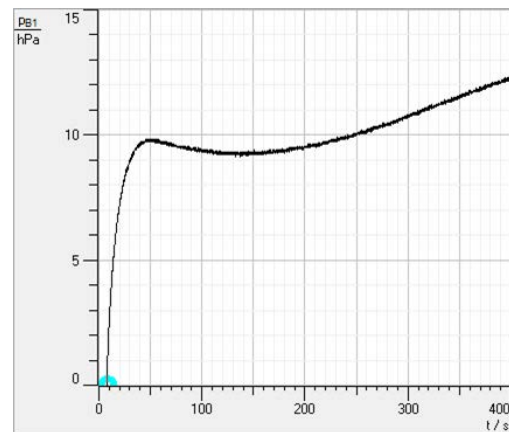
**Abb.8:** Das komplette System befindet sich in der Groß-Volumen-Phase.

Dieses Hystereseverhalten, ebenso wie die "Koexistenzphase" zwischen vollen und halbleeren Luftballons bilden ein gutes Modellsystem für einen Phasenübergang erster Ordnung. Entscheidend hierfür

ist die nichtlineare Druck-Radius Abhängigkeit des Luftballons, die im Rahmen von nichtlinearer Elastizitätstheorie analytisch hergeleitet werden kann. Der Überdruck  $p(r)$  in einem runden Luftballon, der vom Ausgangsradius  $r_0$  im entspannten Zustand (mit Überdruck  $p=0$ ) auf den Radius  $r$  expandiert wird, ist gegeben durch [7]

$$\{1\} \quad p(r) = a \left[ \frac{r_0}{r} - \left( \frac{r_0}{r} \right)^7 \right] \left[ 1 - b \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Hierbei sind  $a$  und  $b$  Materialkonstanten, die die Beschaffenheit der Gummimembran beschreiben.



**Abb. 9:** Druckverlauf eines einzelnen Luftballons bei konstantem Befüllen mit Druckluft.

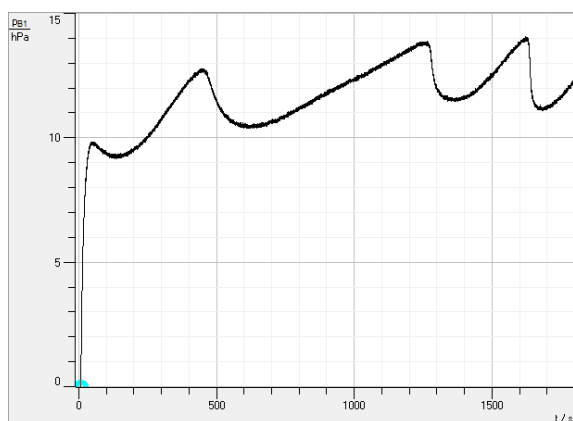
Die durch die Theorie beschriebene nichtlineare Abhängigkeit des Überdrucks vom Radius spiegelt sich auch im Experiment gut wieder. Es ergibt sich in unserem Fall im Bereich zwischen Drücken von 9 und 10 hPa aufgrund dieser Nichtlinearität ein Bereich mit einer Koexistenzphase, bei der drei verschiedene Radien erlaubt sind. Allerdings sind nur der kleinste und größte Radius stabile Lösungen:

$$\{2\} \quad p(r_k) = p_{\text{Koexistenz}} \quad (k = 1, 2, 3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r_1} > 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r_2} < 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r_3} > 0$$

Bei der zweiten Lösung führt die Vergrößerung des Volumens (bzw. des Radius) zu einer Verkleinerung des Drucks, und somit zu einer Verkleinerung der Energie, bis schließlich die Lösung bei dem größten Radius zu einem stabilen Energieminimum führt. Man kann diesen Übergang von einer stabilen zu zwei stabilen und einer instabilen Lösung auch als Pitchfork-Bifurkation im Funktional der potentiellen Energie deuten, die in der Membran des Luftballons

gespeichert ist. Betrachtet man nun nicht einen einzelnen Luftballon, sondern die Kombination von vier Luftballons, ergibt sich bei konstanter Befüllung der in Abb. 10 gezeigte Druckverlauf. Während der "Koexistenzphase" von Klein-Volumen und Groß-Volumen-Ballons ergibt sich bei ca. 12 hPa ein Plateaubereich, um den der Überdruck im Gesamtsystem bei jedem erneuten Übergang eines Luftballons von der Klein-Volumen in die Groß-Volumen-Phase in die andere leicht schwankt. Je mehr Luftballons gemeinsam befüllt werden, desto kleiner werden die Schwankungen um das Plateau.



**Abb. 10:** Druckverlauf der Kombination von vier Luftballons beim Befüllen mit Druckluft.

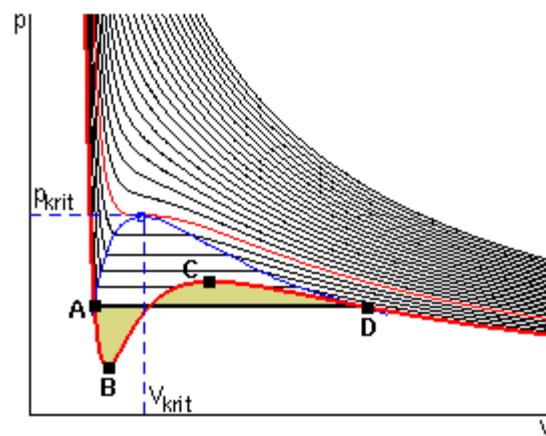
Dies steht in direkter Analogie zur sogenannten Maxwell-Konstruktion, nach der in der Koexistenzphase zwischen flüssiger und gasförmiger Phase eines realen Gases der Druck während der Volumenvergrößerung beim sukzessivem Übergang von der flüssigen zur gasförmigen Phase unter Blasenbildung konstant bleibt. Die reale Gasgleichung ist pro Mol gegeben durch

$$(3) \quad \left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Zur Herleitung dieser Gleichung wird einerseits angenommen, dass die Gasmoleküle sich wie harte Kugeln verhalten, das pro Mol das Volumen  $b$  einnimmt („Kovolumen“), und andererseits, dass alle Gasteilchen sich ausserhalb dieses Volumens mit konstanter Kraft über alle Distanzen gleichmässig anziehen (Zusatzdruck  $a/V^2$ ). Entscheidend für die Analogie zum Luftballon-Modellsystem ist die Existenz eines Bereiches, in dem für festen Druck drei Lösungen für das Volumen des Gases existieren, von dem wiederum nur zwei stabil sind.

Die flüssige Phase entspricht der Klein-Volumen-Phase, die gasförmige Phase der Groß-Volumen-Phase im Luftballon-Modell. Eine genauere, auch

mathematische fundierte Betrachtung dieser Analogie ist möglich, und wird an andere Stelle nicht weiter vertieft.



**Abb 11.:** Maxwell-Konstruktion: Im Koexistenzbereich der festen und flüssigen Phase bleibt der Druck konstant (Bildnachweis: Prof. H. Brand, Uni Bayreuth)

Der Vorteil des Luftballon-Modells liegt in seiner Anschaulichkeit und der Möglichkeit, das Modell-experiment selber durchzuführen. Wesentliche Elemente zur Thematik des Phasenübergangs, wie die spontane Symmetriebrechung, die Koexistenzphase, sowie zu latenten Energie, lassen sich so anschaulich vermitteln.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

3D Drucker stehen an der Schwelle zur Alltagstechnologie. Es steht zu erwarten, dass mit weiterem Kostenverfall Schulen in absehbarer Zeit 3D-Drucker einsetzen werden. Die Entwicklung ist vergleichbar mit dem Kostenverfall bei 2D-Druckern. In einigen Ländern, z.B. England, ist der Umgang mit 3D-Druckern bereits im Lehrplan verankert. Für den Physikunterricht ergeben sich neue Möglichkeiten, etwa für die Realisierung mathematischer Modelle, aber auch bei experimentellen Aufbauten. Durch die Nutzung von Datenbanken wie z.B. thingiverse können einmal erstellte 3D-Modelle weltweit abgerufen und ausgedruckt werden. Im vorliegenden Artikel wurden exemplarisch Beispiele für den Einsatz von 3D Druckern im Physikunterricht vorgestellt. Gerade im Bereich von Analogieexperimenten bzw. Modellexperimenten, etwa für ein AFM, oder für Computertomographie, oder wie hier vorgestellt für ein Modellsystem für einen Phasenübergang 1. Ordnung, haben 3D-Drucker ein vielversprechendes Potential für den Physikunterricht, das es weiter zu entwickeln gilt.

## 7. Literatur

- [1] 3D-Druck/Rapid Prototyping. Eine Zukunftstechnologie - kompakt erklärt. Springer Vieweg. 2012.
- [2] Low-cost 3D Printing for Science, Education and Sustainable Development, ICTP Triest. 2013. Frei verfügbar unter <http://sdu.ictp.it/3D/book.html>
- [3] <http://www.3drucken.ch/>
- [4] [www.sketchup.com](http://www.sketchup.com), weitere Beispiele siehe Ref. [3]
- [5] z.B. mit Mathematica, Geogebra
- [6] "Interference patterns of two point sources", <http://www.thingiverse.com/>
- [7] I. Müller, P. Strehlow, Rubber and Rubber ballons, Lecture notes in physics 637, Springer-Verlag (2004)